

Kody korekcyjne: Lista 11

3 stycznia 2024

Zadanie 1. Pokaż, że nasz „zbinaryzowany” kod RS o parametrach $[n, n/2, n/2 + 1]_{2^s}$ faktycznie jest kodem liniowym (przy odpowiednim kodowaniu) oraz ma odległość $n/2 + 1$. Czyli że jest on $[ns, ns/2, n/2 + 1]_2$ kodem.

Zadanie 2. Pokaż, że konkatenacja dwóch kodów o odległościach $\geq d$ i $\geq D$ ma odległości $\geq dD$ (oczywiście przy założeniu, że się da skonkatelować).

Zadanie 3. Porównaj ograniczenie Zyablova oraz GV: pokaż, że dla $q = 2$ oraz $\delta = 1/2 - \epsilon$ GV daje zawartość informacyjną rzędu $\Omega(\epsilon^2)$ zaś Zyablov: $\Omega(\epsilon^3)$.

Zadanie 4. Wyjaśnij, dlaczego w ograniczeniu Zyablov’a konieczne jest założenie

$$r < 1 - H_q(\delta + \epsilon)$$

Zadanie 5. Pokaż, że dla rodziny kodów Wozencrafta $\{C_{\text{in}}^\alpha\}_{\alpha \in \mathbb{F}_Q \setminus \{0\}}$ zachodzi następujący fakt:

Niezerowy wektor $\vec{y} \in \mathbb{F}_Q^2$ należy do najwyżej jednego kodu C_{in}^α .

Dla przypomnienia, $C_{\text{in}}^\alpha = \{(x, \alpha x) : x \in \mathbb{F}_Q\}$.

Zadanie 6. Pokaż, że dla ustalonego (małego) ϵ i dostatecznie dużego N zachodzi:

$$(1 + N)^{1-2\epsilon} < \epsilon N$$

Zadanie 7. Pokaż, jak poprawić błędy i wymazania w kodzie RS (o parametrach $n, k, d = n - k + 1$), jeśli liczba błędów (e) i wymazań (s) spełnia warunek

$$2e + s < d .$$

Wskazówka: Co jeśli $e = 0$? W pozostającym przypadku przypatruj się algorytmowi BW poprawiającym błędy jako czarną skrzyżnię. Usun na początek wymazania, jak to zmienić kod?