Algorytmy online: lista 5

Zadanie 1. **(4 pkt.)** Rozważmy wariant problemu MTS (*Metrical Task System*) z metryką dyskretną n-elementową, gdzie w każdym kroku wektor kar może być dowolny. Pokaż dolne ograniczenie $\Omega(\log n)$ na konkurencyjność dowolnego algorytmu randomizowanego.

Zadanie 2. **(3 pkt.)** Pokaż, że współczynnik ścisłej konkurencyjności dowolnego randomizowanego algorytmu dla problemu znajdowania krowy wynosi co najmniej 2.01.

Zadanie 3. **(3 pkt.)** Pokaż dolne ograniczenie na konkurencyjność dowolnego randomizowanego algorytmu rozwiązującego problem wypożyczania nart wynoszące $\mathrm{e}/(\mathrm{e}-1)$, gdy $B \to \infty$. *Wskazówka: zastosuj zasadę minimaksową Yao stosując następujący rozkład: narciarz łamie nogę dnia* $1 \leq i \leq B$ *z prawdopodobieństwem*

$$p_i = \frac{1}{B} \cdot \left(\frac{B-1}{B}\right)^{i-1},$$

i nigdy nie łamie nogi z prawdopodobieństwem

$$p_\infty = \left(\frac{B-1}{B}\right)^{B}.$$

Marcin Bieńkowski