

Algorytmy online: lista 12

Zadanie 1. (2 pkt.) W problemie drzewa Steinera dany jest n -wierzchołkowy graf z wyróżnionym wierzchołkiem r . Wejście jest ciągiem wierzchołków grafu; jeśli na wejściu pojawia się wierzchołek v , algorytm musi zwrócić pewną ścieżkę łączącą r z v . W każdym momencie rozwiązaniem algorytmu jest zatem pewne drzewo łączące r i wszystkie żądania, zaś jego kosztem jest sumaryczna waga krawędzi tego drzewa. Skonstruuj randomizowany $O(\log n)$ -konkurencyjny algorytm dla tego problemu.

Wskazówka: Skonstruuj 1-konkurencyjny algorytm online ALG, gdy grafu będącego drzewem. Przybliż graf losowym drzewem konstrukcją FRT z wykładu i uruchom na tym drzewie ALG.

Zadanie 2. (2 pkt.) Mamy do dyspozycji k -konkurencyjny algorytm dla problemu k serwisantów dla drzew.¹ Dany jest n -wierzchołkowy graf. Skonstruuj randomizowany $O(k \cdot \log n)$ -konkurencyjny algorytm dla tego grafu.

Zadanie 3. (3 pkt.) Drzewo T otrzymane w przedstawionej na wykładzie konstrukcji FRT składa się z liści odpowiadających wierzchołkom grafu V i wierzchołków wewnętrznych V' . Pokaż, jak na podstawie T skonstruować drzewo T' , w którym zbiór wierzchołków jest równy V , a odległości (między dowolną parą $u, v \in V$) różnią się od odległości w T o co najwyżej stały czynnik.

Wskazówka: usuwaj niektóre krawędzie.

Zadanie 4. W pewnym kraju ląd od morza oddzielony jest prostą. Budzimy się (oczywiście w gęstej mgle, ale z krową) na łódce i wiemy tylko, że jesteśmy w odległości 1 km od brzegu. Chcemy wrócić na brzeg przepływając jak najmniejszą odległość.

- a) (1 pkt.) Skonstruuj deterministyczny algorytm, którego współczynnik ścisłej konkurencyjności wynosi dokładnie $1 + 2 \cdot \pi$.
- b) (2 pkt.) Skonstruuj deterministyczny algorytm, którego współczynnik ścisłej konkurencyjności jest mniejszy niż $1 + 2 \cdot \pi$.

Marcin Bienkowski

¹Przedstawiony na wykładzie algorytm DOUBLE COVERAGE można łatwo rozszerzyć do drzew: do żądania przesuwa on ze stałą prędkością “niezasłoniętych” serwisantów. (Serwisant x jest niezasłonięty jeśli ścieżka od żądania do x nie zawiera innych serwisantów).