

**Zaawansowana logika dla informatyków**  
**Lista 3, na 25 października 2017**

**Zadanie 1 (Podstawowe).** Zrób ładnie zadanie 345 z materiałów do zajęć.

**Zadanie 2 (Zaawansowane).** Niech  $\Sigma$  będzie skończonym zborem symboli i niech  $L \subseteq \Sigma^*$ . Relację  $\sim_L \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$  definiujemy w następujący sposób:  $w \sim_L w'$  w.t.w., gdy  $\forall v \in \Sigma^* (wv \in L \Leftrightarrow w'v \in L)$ . Podobnie relację  $\sim_L^{inf}$  definiujemy tak, że  $w \sim_L^{inf} v$  zachodzi w.t.w., gdy  $\forall x, y \in \Sigma^* (xwy \in L \Leftrightarrow xvy \in L)$ . Udowodnij, że  $i_L^{inf} \leq (i_L)^{i_L}$ .

**Zadanie 3 (Podstawowe, ale ważne).** Przeczytaj i zreferuj dowód twierdzenia Cantora, mówiącego że dla żadnego zbioru  $\mathcal{A}$  zbiory  $\mathcal{A}$  i  $\mathcal{P}(\mathcal{A})$  nie są równoliczne.

**Zadanie 4 (Podstawowe).** Udowodnij że zbiór  $\mathbb{R}$  ma moc taką samą, jak zbiór  $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ . W tym celu pokaż że:

- a.  $\mathbb{R} \sim (0, 1)$
- b.  $(0, 1) \sim [0, 1) \sim [0, 1]$
- c. Istnieje funkcja różnowartościowa z  $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$  w któryś z odcinków z punktu **b**.
- d. Istnieje funkcja różnowartościowa z któregoś z odcinków z punktu **b** w  $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ .

**Zadanie 5 (Podstawowe).** Rozwiąż zadania 391 i 396 z *Materiałów do zajęć*.

**Zadanie 6 (Podstawowe, najprostsze na liście).** Rozwiąż zadanie 439 z *Materiałów do zajęć*.

Przedstaw następujące problemy jako problem istnienia homomorfizmu:

**Zadanie 7 (Podstawowe).** Rozwiązywanie sudoku. Dane jest częściowe rozwiązanie, pytamy czy można je rozszerzyć do pełnego rozwiązania.

**Zadanie 8 (Podstawowe).** Ustawianie hetmanów na szachownicy. Na szachownicy stoi kilka hetmanów. Żadne dwa z nich się nawzajem nie szachują. Czy można dostawić jeszcze parę hetmanów, żeby w sumie było ich 8 i dalej się nie szachowały?