rrd | rrk
algebra relacji $\equiv$ bezp. formuły rrd | rrk

Struktura = baza danych
Słownik | sygnatura = schemat

wystąpienie relacji

Wartościowanie
– funkcja $Var \to \boxed{adom}(D)$

Def. Mówimy, że $D \models \varphi[v]$ (zap. φ jest sp. w D przy wart. v).

$\underline{D \models \varphi[v]}$ // $\underline{D, v \models \varphi}$

- $D \models \boxed{R(x_1, \dots, x_n)}[v]$ wtw $\langle v(x_1), v(x_2), \dots, v(x_n)\rangle \in R^D$
- $D \models x_1 = x_2[v]$ wtw $v(x_1) = v(x_2)$ // analogicznie $<, \leq, \dots$
- $D \models \underline{\neg \psi}[v]$ wtw nie zachodzi $D \models \underline{\psi}[v]$
- $D \models \varphi_1 \vee \varphi_2[v]$ wtw gdy $D \models \varphi_1[v]$ lub $D\ \varphi_2[v]$
  // analogicznie $\wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
- $D \models \forall x\, \varphi[v]$ wtw gdy dla każdego elementu
  $a \in adom(D)$ zachodzi $D \models \varphi[v^a_x]$,
  przy czym $v^a_x(z) \begin{cases} v(z) & \text{gdy } z \neq x \\ a & \text{gdy } z = x \end{cases}$
- $D \models \exists x\, \varphi[v]$ wtw gdy istnieje takie $a \in adom(D)$, że
  $D \models \varphi[v^a_x]$

P1. Ewaluacja zapytań:

combined complexity $\to$

Dane: φ, D, $\bar{a} \in adom(D)$ $(v : Var \to adom(D))$

Czy $D \models \varphi(\underline{\bar{a}})$? // $D \models \varphi[v]$

Oblicz $\varphi(D)$ – zb. odpowiedzi na φ w D

$\underline{\varphi(D)} = \{\bar{a} \mid D \models \varphi(\bar{a})\}$

Inne wersje: $\underline{\varphi \text{ – ustalone}}$

Problem: Dane: $\underline{D}$, $\bar{a} \in adom(D)$

$\underline{\text{Czy } D \models \varphi(\bar{a})}$

data complexity

parametric complexity

P2. Równoważność zapytań
$\varphi_1 \equiv \varphi_2$

Dane: φ_1, φ_2 (bez zm. wolnych)
Czy dla dow. bazy danych D zachodzi
$D \models \varphi_1$ wtw $D \models \varphi_2$

P3. Zawieranie się zapytań
$\varphi_1 \subseteq \varphi_2$

Dane: φ_1, φ_2 (bez zm. wolnych)
Czy dla dow. bazy danych
$D \models \varphi_1 \Rightarrow D \models \varphi_2$

$\varphi_1 \equiv \varphi_2$ wtw $\varphi_1 \subseteq \varphi_2$ i $\varphi_2 \subseteq \varphi_1$

$\varphi_1 \subseteq \varphi_2$ wtw $\varphi_1 \equiv (\varphi_1 \land \varphi_2)$

- P2 i P3 dla rrd/rrk są bardzo trudne – nie da się napisać programu komp., który taki problem rozwiąże.
- P1 ? też trudny problem ... (na ćwiczeniach)

Zastanówmy się co jest nam tak naprawdę potrzebne?
Fragment rrd/rrk – zapytania koniunkcyjne (CQ)

$\underbrace{\pi, \sigma, \times}$

Równoważne sp. zapisywania CQ:

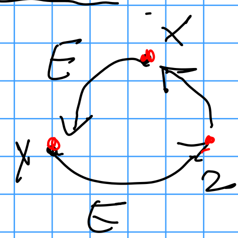
- $\{(x_1, \dots, x_n) \mid \exists z_1, \dots, z_m\ \varphi(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_n)\}$
  φ – jest koniunkcją formuł atomowych postaci $R(y_1, \dots, y_k)$
- $\pi_X(\sigma_\Theta(R_1 \times R_2 \times \dots \times R_n))$ Θ – koniunkcja atomów postaci $y_1 = y_2$
- SELECT ... FROM ... WHERE
- $Q(x_1, \dots, x_k) :- R_1(\bar{u}_1), \dots, R_n(\bar{u}_n)$ $\bar{u}_i$ – krotka zmiennych (niekoniecznie różnych)
  zmienne, które nie są wolne → egzystencjalne

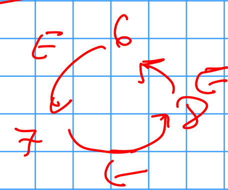
Rozwiązany schemat $E(V_1, V_2)$ // grafy

- $\{(x,y) : \exists z \quad E(x,z) \wedge E(z,y)\}$
- $\pi_{\$1,\$4}(\sigma_{\$2=\$3}(E \times E))$ // $\$i \leftarrow$ pozycja w krotce
- $\underline{Q(x,y)} :- \underline{E(x,z)}, \underline{E(z,y)}$

$Q() :- E(x,y), E(y,z), E(z,x)$

E^{D_1}: x,y; y,z; z,x





E^{D_2}: $6,7$; $7,8$; $8,6$

P1 | P2 | P3

Niech D_1 i D_2 będą bazami danych o tym samym schemacie S

Izomorfizmem $h : D_1 \to D_2$ nazywamy funkcję $h :$ adom$(D_1) \to$ adom(D_2) t. że

1) h jest bijekcją
2) dla każdego symb. relacyjnego R w S o arności m i każdej krotki $\bar{a} \in$ adom$(D_1)^m$
$\bar{a} \in R^{D_1}$ wtw $h(\bar{a}) \in R^{D_2}$

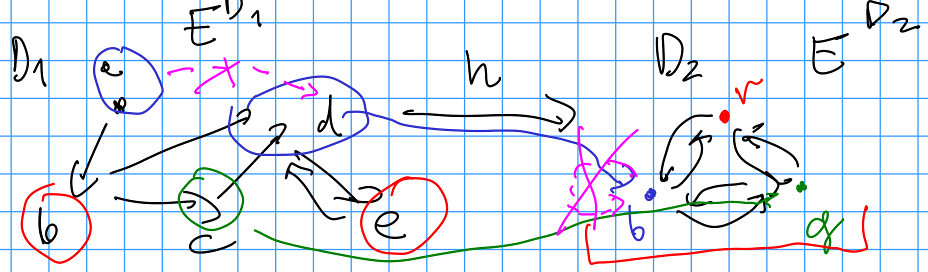
$\underbrace{D_1}$ $\underbrace{D_2}$

$a_i \leftarrow h(a_i)$

$h(\langle a_1, a_2\rangle) = \langle h(a_1), h(a_2)\rangle$

Homomorfizmem $h : D_1 \to D_2$ nazywamy funkcję $h :$ adom$(D_1) \to$ adom(D_2) t. że
dla każdego symb. rel. R w S i dla każdej krotki $\bar{a} \in$ adom$(D_1)^m$
jeśli $\bar{a} \in R^{D_1}$ to $h(\bar{a}) \in R^{D_2}$

$(a_1, a_2) \in E^{D_1} \longrightarrow h(a_1), h(a_2) \in E^{D_2}$

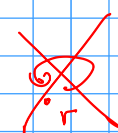


r, b
b, r
r, g
g, r

b, g
g, b

Co ma wspólnego 3-kolorowanie grafu D_1 z istnieniem homomorfizmu $h: D_1 \to D_2$?

3-kolorowanie to f-cja z $dom(D_1) \to \{r, g, b\}$ t. że nie ma krawędzi pomiędzy wierzchołkami tego samego koloru.



E^{D_1}

a	b
b	c
b	d
c	d
d	e
e	d

Skoro

$b, d \in E^{D_1}$ to $h(b), h(d) \in E^{D_2}$

Złożenie dwóch homomorfizmów jest homomorfizmem.

Problem istnienia homomorfizmu jest trudny (NP-zupełny)
(ponieważ gdyby umieć go rozwiązać to umiemy rozwiązać problem 3-kolorowania)