

## Bazy danych 2022

(częściowo) na podstawie slajdów Przemysławy Kanarek

4 kwietnia 2022

**NULL-e** — krotki powinny pasować do schematu tabeli,

**Redundancja** — informacja nie powinna być zapisywana wielokrotnie,

**Kontrola więzów** — sprawdzanie własności klucza, unikalności i innych więzów powinno być łatwe,

**Obliczanie złączeń** — jest trudne, więc nie należy rozdrabniać zbyt wiele bazy.

Rozważmy tabelę: GR(idg, idk, prow\_nazwisko, prow\_biuro, lista\_zapisanych\_w\_json)

złożone typy — lista\_zapisanych\_w\_json → Zapisy(ids, idg, data\_zapisu) **1NF**

Codd: *to permit data to be queried and manipulated using a "universal data sub-language"*

anomalia UPDATE — zmiana biura prowadzącego → zmiana wielu krotek (redundacja, niejednoznaczność)

anomalia INSERT — jak dodać nowego prowadzącego (bez grup)? Null?

anomalia DELETE — co po usunięciu ostatniej grupy prowadzącego?

## Definicja i przykład

### Definition (Zależność funkcyjna)

Dla relacji  $R = A_1A_2 \dots A_k$  oraz zbiorów jej atrybutów  $\alpha, \beta \subseteq \{A_1A_2 \dots A_k\}$  zachodzi zależność funkcyjna  $\alpha \rightarrow \beta$ , jeżeli dla każdego stanu  $r$  relacji  $R$  zachodzi:

$$(\forall t_1, t_2 \in r)((t_1.\alpha = t_2.\alpha) \Rightarrow (t_1.\beta = t_2.\beta))$$

W relacjach  $PR(\text{ido}, \text{tytuł}, \text{nazwisko}, \text{adres})$ ,  $ST(\text{ido}, \text{indeks}, \text{nazwisko}, \text{adres})$  i  $GR(\text{idg}, \text{idk}, \text{idp}, \text{limit})$ ,  $TS(\text{idg}, \text{termin}, \text{sala})$  zachodzą zależności

- w PR:  $\text{ido} \rightarrow \text{nazwisko}, \text{adres}, \text{tytuł}$ ,
- w ST:  $\text{ido} \rightarrow \text{nazwisko}, \text{adres}, \text{indeks}$  oraz  $\text{indeks} \rightarrow \text{ido}, \text{nazwisko}, \text{adres}$ ;
- w GR:  $\text{idg} \rightarrow \text{idk}, \text{idp}, \text{limit}$
- w TS:  $\text{termin}, \text{sala} \rightarrow \text{idg}$

**Spostrzeżenie:** Jeśli  $K$  jest kluczem  $R$ , to  $K \rightarrow R$ .

## Klucz relacji

### Definition (Klucz relacji)

Kluczem relacji  $R$  nazywamy taki podzbiór  $K$  jej atrybutów, który:

- wyznacza funkcyjnie wszystkie atrybuty  $R$ , czyli  $K \rightarrow R$  oraz
- jest minimalnym zbiorem o tej własności, czyli  $(\forall L \subsetneq K) \neg(L \rightarrow R)$

### Definition

**Nadklucz relacji** — dowolny zbiór atrybutów zawierający klucz relacji,

**Klucz główny** — jeden z kluczy relacji,

**Klucz alternatywny** — klucz relacji inny niż klucz główny,

**Atrybut główny** — atrybut (dowolnego) klucza relacji.

W relacji  $ST(ido, indeks, nazwisko, adres)$  w relacji  $TS(idg, termin, sala)$

- Kluczem jest *indeks* i kluczem jest *ido*,
- Nadkluczami są:  $\{indeks, nazwisko\}$  lub  $\{ido, indeks, adres\}$ ,
- Jako klucz główny możemy wybrać *indeks*,
- Atrybuty główne to  $\{ido, indeks\}$
- W relacji  $TS$  kluczem jest  $\{termin, sala\}$

## Przykład

- Mafia(Miasto, Gang, Proceder)
- $\xi_1$ : Gang  $\rightarrow$  Miasto oraz  $\xi_2$ : Miasto, Proceder  $\rightarrow$  Gang.
- Co można wywnioskować o organizacji mafii wiedząc, że zachodzą  $\xi_1$  i  $\xi_2$ ?
- Jakie są klucze relacji Mafia?
- Anomalie?
- Podaj odwracalny rozkład relacji Mafia do postaci BCNF(!?).
- Rozkład?
- Odwracalny?
- BCNF?
- Czy rozkład ten zachowuje zależności?
- Jakie rodzi to problemy?

## Reguły dla zależności funkcyjnych

### Definition (Aksjomaty Armstronga i in.)

Dla relacji  $R$  i zbiorów jej atrybutów  $\alpha, \beta, \gamma \subseteq R$  zachodzi:

**Zwrotność**  $(\beta \subseteq \alpha) \Rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$  (zależności trywialne)

**Rozszerzanie**  $(\alpha \rightarrow \beta) \Rightarrow (\alpha\gamma \rightarrow \beta\gamma)$

**Przechodniość**  $(\alpha \rightarrow \beta \wedge \beta \rightarrow \gamma) \Rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$

**Sumowanie**  $(\alpha \rightarrow \beta \wedge \alpha \rightarrow \gamma) \Rightarrow (\alpha \rightarrow \beta\gamma)$

**Rozkładanie**  $(\alpha \rightarrow \beta\gamma) \Rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \wedge \alpha \rightarrow \gamma)$

### Definition (Domknięcie zbioru zależności i zbioru atrybutów)

Dla relacji  $R$  i jej zbioru zależności funkcyjnych  $F$ :

$F^+$  — **domknięciem zbioru zależności**  $F$  nazywamy zbiór wszystkich zależności wyprowadzalnych z  $F$ .

$(\alpha)_F^+$  — **domknięciem zbioru atrybutów**  $\alpha \subseteq R$  **względem**  $F$  nazywamy zbiór atrybutów, które można wyprowadzić z  $\alpha$  za pomocą  $F$ .

## Twierdzenie o znaczeniu Aksjomatów Armstronga

### Definition (Aksjomaty Armstronga)

Dla relacji  $R$  i zbiorów jej atrybutów  $\alpha, \beta, \gamma \subseteq R$  zachodzi:

**Zwrotność**  $(\beta \subseteq \alpha) \Rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$  (zależności trywialne)

**Rozszerzanie**  $(\alpha \rightarrow \beta) \Rightarrow (\alpha\gamma \rightarrow \beta\gamma)$

**Przechodność**  $(\alpha \rightarrow \beta \wedge \beta \rightarrow \gamma) \Rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$

### Theorem

*Aksjomaty Armstronga stanowią zupełny, niesprzeczny i minimalny zbiór reguł pozwalający wyprowadzić ze zbioru zależności  $F$  każdą zależność funkcyjną prawdziwą w każdym stanie relacji, w którym spełnione są reguły  $F$ .*

### Wniosek

Tym samym zależności **dowodliwe** za pomocą aksjomatów Armstronga to zależności **prawdziwe**.



## Uwagi ad. domknięcia zbiorów zależności i atrybutów

- 1 Zazwyczaj nie wyznaczamy  $F^+$  — to zbiór duży i zawierający dużo nieciekawych informacji (np. zależności trywialne).
- 2 Efektywne wyznaczanie  $(\alpha)_F^+$  jest potrzebne — pozwala zdecydować, co jest kluczem, czy w relacji jest redundancja itp.
- 3 Mamy algorytm, który pozwala wyznaczać  $\chi = (\alpha)_F^+$ :
  - ▶  $\chi \leftarrow \alpha$  (zwrotność)
  - ▶ dopóki  $\chi$  zmienia się:
    - znajdź  $\beta \in \chi$  taki, że istnieje  $\beta \rightarrow \gamma \in F$  oraz  $\gamma \setminus \chi \neq \emptyset$
    - $\chi \leftarrow \chi \cup \gamma$  (zastosuj rozszerzenie i przechodniość)
  - ▶ zwróć  $\chi$  jako wynik
- 4 Mamy sposób, by porównywać zbiory zależności  $F$  i  $G$  dla tej samej relacji. Sprawdzamy, czy  $F^+ = G^+$ :
  - ▶ dla każdej zależności  $\alpha \rightarrow \beta \in F$ :
    - oblicz  $\chi = (\alpha)_G^+$
    - jeśli  $\beta \subseteq \chi$ , to  $\alpha \rightarrow \beta \in G^+$ , w przeciwnym wypadku  $F^+ \neq G^+$
  - ▶ powtórz to dla każdej zależności  $\alpha \rightarrow \beta \in G$  i zbioru  $F$
- 5 Zależności funkcyjne powinny być kontrolowane przez SZBD. Dlatego dobrze, by było ich mało. Zbiór  $F_{min}$  nazwiemy minimalnym pokryciem  $F$  jeśli jest równoważny  $F$  i nie zawiera zależności "nadmiarowych".

## Postać normalna Boyce-Codda

### Definition (Postać normalna Boyce-Codda, BCNF)

Relacja  $R$  ze zbiorem zależności funkcyjnych  $F$  jest w postaci normalnej Boyce-Codda, jeśli dla każdej nietrywialnej zależności  $\alpha \rightarrow \beta$  ( $\alpha \cap \beta = \emptyset$ ) zbiór  $\alpha$  jest nadkluczem.

#### Uwagi:

- 1 Relacja w BCNF ma tylko zależności trywialne i wynikające z nadklucza.
- 2 Kontrola zależności funkcyjnych w relacji w BCNF sprowadza się do kontroli własności klucza.

#### Przykłady:

- 1 Mafia(Miasto, Gang, Proceder),
- 2 Gang  $\rightarrow$  Miasto, Miasto, Proceder  $\rightarrow$  Gang
- 3 Lokalizacje(Miasto, Gang), Procedery(Gang, Proceder) są w BCNF

## Rozkład relacji

- **Rozkładem relacji  $R$**  nazywamy zbiór relacji  $\{R_1, \dots, R_k\}$  taki, że  $R = R_1 \cup \dots \cup R_k$ .
- Dla  $F$  — zbioru zależności  $R$ , **rzutem  $F$  na  $R_i$**  jest  $F_i = \{\alpha \rightarrow \beta \in F^+ \mid \alpha, \beta \in R_i\}$ .
- Dla  $r$  — stanu relacji  $R$ , **stanem  $R_i$**  jest  $r_i = \pi_{R_i}(r)$ .
- **Złączenie naturalne** jest operacją przeciwną do rozkładu.
- Rozkład  $R$  na  $R_1, \dots, R_k$  jest **odwracalny**, jeśli dla każdego poprawnego stanu  $r$  (spełniającego zależności  $F$ ) zachodzi:

$$r = r_1 \bowtie r_2 \bowtie \dots \bowtie r_k$$

- Rozkład  $R$  na  $R_1, \dots, R_k$  **zachowuje zależności**, jeśli:

$$F^+ = (F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_k)^+$$

- Rozkład relacji na składowe **MUSI** być odwracalny i **POWINIEN** zachowywać zależności.

## Rozkład relacji do BCNF

### Lemma

Niech  $R$  będzie relacją i  $F$  jej zbiorem zależności funkcyjnych. Jeżeli  $\alpha \rightarrow \beta \in F^+$  jest nietrywialna ( $\alpha \cap \beta = \emptyset$ ), to rozkład  $R$  na  $R_1 = \alpha\beta$  i  $R_2 = R \setminus \beta$  jest odwracalny.

### Lemma

Każda relacja ma **odwracalny** rozkład na składowe w BCNF.

### Lemma

Istnieją relacje, które nie mają **odwracalnego i zachowującego zależności** rozkładu na składowe w BCNF.

### Przykład

Lokalizacja(Miasto, Gang), Zajęcia(Gang, Proceder) vs. Miasto, Proceder  $\rightarrow$  Gang

## Przykład rozkładu do BCNF

### Dane:

- $R = KNGSUO$
- $F = \{K \rightarrow N, KU \rightarrow O, GS \rightarrow K, GU \rightarrow S, NG \rightarrow S\}$
- klucz  $R$  to  $GU$

### Rozkład:

$R$ :  $R$  nie jest w BCNF. Rozkładamy wg  $KU \rightarrow O$  na  $R_1 = KUO$  i  $R_2 = KNGSU$ ;

$R_1$ :  $R_1 = \underline{KUO}$ ,  $F_1 = \{KU \rightarrow O\}$  (BCNF)

$R_2$ :  $R_2 = \underline{KNGSU}$ ,  $F_2 = \{K \rightarrow N, NG \rightarrow S, GS \rightarrow K, GU \rightarrow S\}$  (Nie-BCNF)

$R_{21}$ :  $R_{21} = \underline{KGSU}$ ,  $F_{21} = \{KG \rightarrow S, GS \rightarrow K, GU \rightarrow S\}$ . (Nie-BCNF)

$R_{211}$ :  $R_{211} = KGS$ ,  $F_{211} = \{KG \rightarrow S, GS \rightarrow K\}$ , klucze:  $KG$  i  $GS$ . (BCNF)

$R_{212}$ :  $R_{212} = \underline{KGU}$ ,  $F_{212} = \{GU \rightarrow K\}$ . (BCNF)

$R_{22}$ :  $R_{22} = \underline{KN}$ ,  $F_{22} = \{K \rightarrow N\}$  (BCNF).

**Wynik rozkładu:**  $R = KUO \cup KGS \cup KGU \cup KN$  i  $\{KU \rightarrow O, KG \rightarrow S, GS \rightarrow K, GU \rightarrow K, K \rightarrow N\}$

## Trzecia postać normalna

### Definition (Trzecia postać normalna, 3NF)

Relacja  $R$  z zależnościami funkcyjnymi  $F$  jest w trzeciej postaci normalnej, jeśli każda zależność  $\alpha \rightarrow B \in F$

- jest trywialna ( $B \in \alpha$ ) albo
- wynika z nadklucza ( $(\alpha)_F^+ = R$ ) albo
- ma po prawej stronie atrybut główny ( $B$  należy do jakiegoś klucza).

### Lemma

*Każda relacja ma odwracalny i zachowujący zależności rozkład na składowe w postaci 3NF.*

## Algorytm rozkładu do 3NF

### Definition ( $F_{min}$ )

Minimalnym pokryciem zbioru zależności funkcyjnych  $F$  nazwiemy równoważny  $F$  zbiór  $F_{min}$ , w którym:

- nie ma zależności trywialnych, np.  $AB \rightarrow AC$
- nie ma zależności nadmiarowych, czyli wynikających z pozostałych zależności  $F_{min}$ , np.  $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow C$
- nie ma atrybutów lewostronnie nadmiarowych  $AB \rightarrow C, A \rightarrow B$ .

### Algorytm rozkładu do 3NF

- 1 Wyznacz  $F_{min}$ .
- 2 Dla każdej zależności  $\alpha \rightarrow \beta \in F_{min}$  utwórz składową  $R_i = \alpha\beta$ . Usuń składowe zawierające się w innych.
- 3 Jeśli żadna z utworzonych składowych nie zawiera klucza  $R$ , to dodaj do rozkładu składową  $K$  dla pewnego klucza  $K$  relacji  $R$ .

## Przykład c.d.

- Mafia(Miasto, Gang, Proceder, Szef)
- $\xi_1: \text{Gang} \rightarrow \text{Miasto}$ ,  $\xi_2: \text{Miasto, Proceder} \rightarrow \text{Gang}$ ,  $\xi_3: \text{Gang} \rightarrow \text{Szef}$
- Jakie są klucze relacji Mafia?
- Podaj odwracalny i zachowujący zależności rozkład relacji Mafia do postaci 3NF.
- Miasta(Gang, Miasto), Mafia(Miasto, Gang, Proceder), Szefowie(Gang, Szef)
- Dlaczego zachowuje zależności?
- Dlaczego jest odwracalny? Wskazówka: Zaczynij od krotki z relacji z kluczem
- cf. BCNF: Miasta(Miasto, Gang), Procedery(Gang, Proceder), Szefowie(Gang, Szef)